

Formação continuada de professores: tendências para o ensino de geometria e álgebra nos anos iniciais

Continued teacher training: trends for geometry and algebra education in initial years

Formación continuada de profesores: tendencias para la enseñanza de geometría y álgebra en los años iniciales

Marli Teresinha Quartieri

Universidade do Vale do Taquari (Univates), Lageado/RS – Brasil

Ieda Maria Giongo

Universidade do Vale do Taquari (Univates), Lageado/RS – Brasil

Márcia Jussara Hepp Rehfeldt

Universidade do Vale do Taquari (Univates), Lageado/RS – Brasil

Camila Graff

Universidade do Vale do Taquari (Univates), Lageado/RS – Brasil

Resumo

Este artigo tem por objetivo apresentar os resultados emergentes de uma atividade explorada durante a formação continuada de professoras dos anos iniciais do ensino fundamental. A prática integrou ações desenvolvidas em uma pesquisa que ocorreu no segundo semestre de 2017. A tarefa proposta às docentes esteve alicerçada na investigação matemática e abordou conteúdos de geometria e álgebra. A análise revelou que os participantes se empenharam, debatendo e ampliando seus conhecimentos matemáticos, sobretudo quando pensaram em uma forma de explicar o porquê das estratégias usadas para a resolução da atividade. Cabe ressaltar que a prática investigada contemplou três caminhos para resolvê-la: duas estratégias ligadas ao campo da álgebra e uma ao da geometria.

Palavras-chave: Investigação matemática, Formação continuada de professores, Álgebra, Geometria

Abstract

This article aims to present the emerging results of a study with the first grades of elementary school teachers, during their continuous training. The research occurred in the second semester of 2017. We propose to the teachers a task based on mathematical research with contents of geometry and algebra. The analysis revealed that the participants endeavored, debating and expanding their mathematical knowledge, especially in terms of thinking about a way to explain the strategies used to solve the activity. We must emphasize that the investigated practice contemplated three ways to solve it: two strategies linked to Algebra, and one of Geometry.

Keywords: Mathematical research, Continuous training of teachers, Algebra and geometry.

Resumen

Este artículo tiene por objetivo presentar los resultados emergentes de una actividad explotada durante la formación continuada de profesores de los años iniciales de la enseñanza fundamental. La práctica integró acciones desarrolladas en una investigación que ocurrió en el segundo semestre de 2017. La tarea propuesta a los docentes estuvo fundamentada en la Investigación matemática y abordó contenidos de geometría y álgebra. El análisis reveló que los participantes se empeñaron, debatiendo y ampliando sus conocimientos matemáticos, sobre todo cuando pensaron en una forma para explicar el porqué de las estrategias usadas para la resolución de la actividad. Es importante resaltar que la práctica investigada contempló tres caminos para resolverla: dos estrategias ligadas más al campo del álgebra, y una al de geometría.

Palabras clave: Investigación matemática, Formación continua de profesores, Álgebra y Geometría

1. Contextualização

Ao problematizar novas formas de pensamento envolvidas em sala de aula, a investigação matemática tem obtido destaque nas aulas de matemática, citada por autores, como Ponte, Brocardo e Oliveira (2003). Essa tendência pode proporcionar ao aluno criatividade e autonomia no desenvolvimento de atividades exploratório-investigativas.

Com base nessa premissa, o presente relato socializa resultados emergentes de uma atividade explorada no decorrer de uma oficina de formação continuada, desenvolvida com um grupo de professoras dos anos iniciais do ensino fundamental, da rede municipal de ensino da cidade de Vale do Taquari, Rio Grande do Sul, tendo como base estudos acerca da investigação matemática, imbricando o ensino de geometria e de álgebra. Essa ação faz parte da pesquisa intitulada “Ensino-aprendizagem-avaliação em matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: atividades exploratório-investigativas e formação docente”, vinculada à Universidade do Vale do Taquari – Univates, em parceria com o município em que a formação foi realizada.

A justificativa para o desenvolvimento dessa ação de centrou na necessidade de oportunizar às professoras participantes da formação atividades diferenciadas no ensino da matemática. No decorrer das práticas investigativas, fez-se uso de materiais manipuláveis, para que elas pudessem expor suas dúvidas\medos quando lidavam com tarefas “abertas” de cunho investigativo.

A referida pesquisa é financiada pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) e visa a problematizar as estratégias que os estudantes utilizam na resolução de atividades exploratório-investigativas, elaboradas em estudos com professores dos anos iniciais. Ademais, tem o intuito de examinar quais aprendizagens teórico-metodológicas são desencadeadas por docentes desse nível de escolaridade, considerando a relação ensino-aprendizagem-avaliação, a partir de suas próprias experiências. Com base nesses objetivos, foram planejadas atividades investigativas, organizadas nos encontros semanais do grupo de colaboradores, formado por professores de matemática do ensino superior, docentes voluntários da educação básica, graduandos, mestrandos, doutoranda e bolsistas de iniciação científica.

Nos encontros, o grupo tem discutido a inclusão da investigação matemática em sala de aula, abrangendo os conteúdos de álgebra e geometria, em particular, propiciando aos envolvidos um ambiente desafiador. Para Ponte, Brocardo e Oliveira (2003, p. 25), “pode-se sempre programar o modo de começar uma investigação, mas nunca se sabe como ela irá acabar”.

Quanto aos conteúdos matemáticos, percebe-se a existência de um padrão nas escolas, em que os conteúdos de aritmética, álgebra e geometria têm sido estudados separadamente. De acordo com Lorenzato (2008, p. 60), é importante propiciar “experiência geométrica, em que o aluno raciocine geometricamente e tenha a idealização da matemática, sabendo ‘aplicar no papel’ através da aritmética e álgebra o que foi observado pela geometria”.

À luz dessa introdução, na próxima seção, destacam-se alguns pressupostos vinculados à investigação matemática, formação docente, bem como o ensino de álgebra e de geometria que serviram de base à investigação.

2. Referencial teórico

De acordo com Siqueira (2007), por muitos anos, a formação inicial foi suficiente para preparar profissionalmente o docente. No entanto, o avanço do conhecimento trouxe à tona a necessidade de aperfeiçoamento constante desses profissionais. Nesse contexto, a formação continuada para professores da educação básica vem atender a essas necessidades, proporcionando práticas diferenciadas, levando-os a se questionarem e observarem suas metodologias de

ensino. Para sanar essas lacunas, uma estratégia, defendida por Nadolny (2010), baseia-se na ideia de constituir uma reflexão que auxilie a compreensão do investigador em sua atividade docente. Complementando essa ideia, a autora afirma que

a formação continuada precisa oportunizar a formação de professores que compreendam a sua prática e possam ampliá-la, transformá-la e ressignificá-la. Ou seja, professores capazes de refletir sobre sua prática, mas também construir conhecimento a partir do pensamento sobre a sua prática no sentido de realimentá-la. (NADOLNY, 2010, p. 29)

Diante desse contexto, pensa-se que um dos desafios da formação continuada seja proporcionar um ambiente que leve os docentes a reconhecerem e assumirem o papel de questionadores, sendo um espaço de produção e troca de saberes por meio de uma reflexão constante que gira em torno de uma tarefa. Ao lado dessa reflexão, deveriam estar presentes a discussão e os questionamentos do professor com seus alunos, para que ele não seja apenas um transmissor de conteúdo, mas um mediador que busca motivar, orientar e auxiliar o estudante. Nessa direção, Zanon e Freitas (2007, p. 94) pontuam que

a atuação do professor como orientador, mediador e assessor das atividades inclui: lançar ou fazer emergir do grupo uma questão-problema; motivar e observar continuamente as reações dos alunos, dando orientações quando necessário; salientar aspectos que não tenham sido observados pelo grupo e que sejam importantes para o encaminhamento do problema; produzir, juntamente com os alunos, um texto coletivo que seja fruto de negociação da comunidade de sala de aula sobre os conceitos estudados.

Complementando, Camargo, Blaszkó e Ujiié (2015, p. 2217) defendem que

O professor deve contemplar atividades experienciais concretas que proporcionem novas descobertas. E junto a isso, investir em estudos, observações e experiências, para que os discentes possam estabelecer relações com a realidade e entre os conhecimentos prévios e os novos saberes.

Logo, pode-se inferir que a formação continuada de professores é importante tanto para eles, que aprendem novas metodologias de ensino e compartilham experiências com colegas de profissão, quanto para o aluno quando o docente desenvolve tais práticas em suas aulas. Analisando a ideia exposta, cabe à escola oportunizar momentos que visem ao uso de diferentes metodologias de ensino, evitando que haja somente memorização de conteúdo, e que contemple o

desenvolvimento do conhecimento e do pensamento do estudante, não se restringindo apenas a uma resposta.

Diante desse cenário, acredita-se que atividades investigativo-exploratórias atenderiam às necessidades para desenvolver o conhecimento dos alunos visando ao ensino e à aprendizagem de diferentes conteúdos. Assim, a investigação matemática abordada no texto deveria ser explorada em cursos de formação continuada, para que os docentes usassem tal tendência em suas práticas na sala de aula.

Conforme Palhares (2004), investigações matemáticas são atividades com caráter mais aberto que os problemas comumente trabalhados em sala de aula. Eles poderiam ter mais de uma resposta, e sua solução dependeria do interesse e criatividade do aluno. Ponte et al (1998, p. 1) destacam que

As situações abertas, cujas questões não estão completamente formuladas, permitem ao aluno envolver-se na atividade desde o seu primeiro momento. De igual modo, na elaboração de estratégias, na generalização de resultados, no estabelecimento de relações entre conceitos e áreas da matemática, na sistematização de ideias e resultados, são múltiplas as oportunidades de trabalho criativo, significativo para quem o empreende.

Como referenciado pelos autores, uma questão aberta pode derivar em mais de uma resposta, momento em que o professor deve estar preparado para lidar com a situação. Portanto, faz-se necessário que o docente investigue a estratégia do aluno, verificar onde ele errou e levá-lo a refletir sobre o seu pensar, evitando que ele apenas faça uma “cópia” do pensamento dos outros.

À luz dos referenciais sobre investigação matemática, pensou-se na importância de explorar uma atividade que abordasse os conteúdos de álgebra e geometria de forma concomitante. De acordo com Heinen Basso (2015, p. 2), “Durante muitos séculos, o ensino da geometria foi considerado indispensável à formação intelectual e a capacidade de raciocínio dos indivíduos, no entanto, nas últimas décadas passou a ser, pouco a pouco, negligenciado pelos professores”.

Nesse sentido, pesquisas têm mostrado que são vários os motivos pelos quais a geometria está sendo pouco trabalhada e, ainda, quando explorada com os alunos, é de forma desarticulada do conteúdo de álgebra. Segundo Oliveira e Laudares (2015, p. 7),

O uso da geometria, para contextualizar o ensino da álgebra no ensino fundamental pode tornar seu ensino mais interessante e motivador. As representações geométricas auxiliam na organização do pensamento lógico, que é fundamental na resolução de problemas. As construções geométricas, além de representar a figura, ajuda na capacidade de expressar algebricamente um pensamento, estabelecer relações e fazer generalizações.

Lins e Gimenes (2005, p. 12) apresentam uma visão complementar à citada anteriormente. Eles enfatizam que a relação estabelecida entre a aritmética e a álgebra constitui, junto com a geometria, a base da matemática escolar. Porém, muitos professores ainda têm dificuldades em abordar esses conteúdos, pois, de acordo com Lorenzato (1995, p. 3),

são inúmeras as causas dessa omissão, porém duas delas estão atuando forte e diretamente em sala de aula, a primeira é que muitos professores não detêm conhecimentos geométricos necessários de suas práticas pedagógicas (...). Considerando que o professor também não conhece o poder, a beleza e a importância que ela possui para a formação do futuro cidadão, então, tudo indica que, para esses professores, o dilema é tentar ensinar geometria sem conhecê-la ou então, não ensiná-la.

Por acreditar que é possível ensinar de maneira diferente, foram elaboradas atividades investigativas conectando conteúdos algébricos e geométricos, visando ao ensino e à aprendizagem do aluno dos anos iniciais do ensino fundamental. Ressalta-se que os estudos estão alinhados à Base Nacional Comum Curricular ao (BNCC), que afirmam ser “imprescindível que algumas dimensões do trabalho com a álgebra estejam presentes nos processos de ensino e aprendizagem desde os anos iniciais, como as ideias de regularidade, generalização de padrões e propriedades da igualdade” (BRASIL, 2017, p. 266).

Ainda de acordo com a BNCC (BRASIL, 2017, p. 266), o conteúdo de álgebra tem como finalidade “o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento – pensamento algébrico – essencial para utilizar modelos matemáticos [...] fazendo uso de letras e outros símbolos” e pelo campo da geometria ter por objetivo o “estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento” (BRASIL, 2017, p. 267). Tomando como pressupostos essas considerações, planejaram-se atividades envolvendo os dois conteúdos de maneira conjunta.

No mesmo documento, está expresso que é imprescindível que algumas dimensões do trabalho com a álgebra e a geometria estejam presentes nos processos de ensino e aprendizagem desde o ensino fundamental – anos iniciais – como ideias de regularidades, generalização de padrões e propriedades da igualdade. Dessa forma, a geometria não se reduz somente ao campo de cálculo de área e de volume.

Esses primeiros conhecimentos, construídos nos anos iniciais, são necessários para que os alunos criem suas “primeiras noções espaciais por meio dos sentidos e dos movimentos” (ALMEIDA; ARAÚJO; BISOGNIN, 2011, p. 188). Pode-se destacar que é importante que os discentes “aprendam a utilizar a aritmética através da geometria, para que o seu aprendizado seja fortificado e quando o próprio se deparar com álgebra, irá raciocinar que as três áreas são de verdade uma continuação de matemática e não assuntos subdivididos” (SOUSA, 2014, p. 24).

Tendo como aporte teórico a investigação matemática, a formação docente, o ensino concomitante de álgebra e de geometria, bem como a BNCC, descreve-se, a seguir, a metodologia utilizada para desenvolver essa prática.

3. Metodologia

A metodologia adotada neste estudo consiste em uma técnica qualitativa definida por Gerhardt e Silveira (2009), como aquela que busca explicar o porquê das coisas, exprimindo o que convém ser feito, mas sem quantificar os valores e as trocas simbólicas, nem se submeter à prova de fatos. Goldenberg (1997, p. 34) afirma que a metodologia qualitativa recusa o modelo positivista aplicado ao estudo da vida social, uma vez que o pesquisador não pode fazer julgamentos, tampouco permitir que seus preconceitos e crenças contaminem a pesquisa.

Analisando as ideias dos autores citados, percebe-se que a principal característica da metodologia qualitativa não é quantificar, mas analisar, ou seja como explicar, descrever, compreender, observar as diferenças, que podem emergir de uma prática. De acordo com essas ações, neste trabalho, buscou-se analisar os dados emergentes do curso de formação continuada, focando na resolução/estratégias da atividade proposta, e não apenas no resultado.

Destaca-se ainda, que esta pesquisa apresenta algumas características de estudo de caso que, de acordo com Yin (2010), é uma investigação empírica que observa desde o planejamento até a análise no contexto da vida real, mesmo quando esse não está claramente definido. Goode e Hatt (1973) atestam que o estudo de caso pode ser caracterizado como o exame profundo de um objeto, de maneira a permitir, amplo e detalhado conhecimento sobre ele, o que seria praticamente inviável através de outros métodos de investigação.

Conforme comentado anteriormente, a atividade discutida neste estudo está em conformidade com a investigação matemática, alicerçada nos conteúdos de geometria e álgebra para os anos iniciais do ensino fundamental. A citada investigação foi adaptada e organizada por um grupo de pesquisadores vinculados à universidade e que têm se reunido semanalmente.

Para facilitar a exploração da atividade, foi utilizado material simples e de fácil aquisição, visando, dessa forma, a atender à necessidade de novas práticas. Para tal, usaram-se palitos de fósforo na tarefa. Para Camacho (2012, p. 23), a utilização de materiais concretos estimula o desenvolvimento do raciocínio-lógico matemático, pois, por meio da sua manipulação, exploração e investigação, o aluno aprende a se comunicar, raciocinar e resolver problemas de forma natural e clara. Ainda para Sarmiento (2010, p. 3),

O manuseio de materiais concretos, por um lado, permite aos alunos experiências físicas à medida que esse tem contato direto com os materiais, ora realizando medições, ora descrevendo, ou comparando com outros de mesma natureza. Por outro lado, permite-lhe também experiências lógicas por meio das diferentes formas de representação que possibilitam abstrações empíricas e abstrações reflexivas, podendo evoluir para generalizações mais complexas.

Nessa perspectiva, o material manipulável, aliado à prática investigativa, pode contribuir para que o aluno atribua significados aos objetos manipulados e, por consequência, compreenda o tema em estudo. Motivados por esses apontamentos, a formação continuada ocorreu em uma das escolas do município que possui parceria com a universidade e a pesquisa.

A formação contou com setenta professoras dos anos iniciais de diferentes níveis de ensino. Para a coleta de dados, durante a exploração da atividade, entregou-se uma folha de almaço às participantes, a fim de que escrevessem seus pensamentos e possíveis conjecturas. Além desse material, dispôs-se de um

gravador para cada grupo; as câmeras tinham o propósito de visualizar as figuras que as docentes formariam, bem como as estratégias utilizadas durante o processo. Ao final do encontro, as respostas foram socializadas com o grande grupo, como preconizam os referenciais teóricos. A socialização também foi gravada.

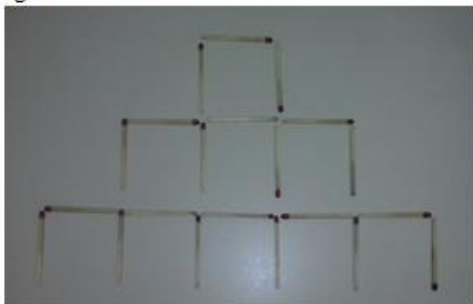
Antes de iniciar a exploração da atividade, foram discutidos os quatro momentos de uma investigação baseados na ideia de Ponte, Brocardo e Oliveira (2003). Primeiramente, reconhecer e explorar a situação-problema e, junto com o grupo, formular questões. Em seguida, organizar os dados emergentes e formular generalizações, testar a conjectura encontrada e, se possível, simplificá-la. Por fim, justificar a fórmula obtida, e o grande grupo avaliar o raciocínio usado.

Salienta-se que as professoras formaram sete grupos, contendo cada um, em média, dez pessoas, pois, na investigação matemática, é fundamental o trabalho em equipe. Em seguida, ocorreu a entrega do material concreto (palitos de fósforo) e a atividade “Fileiras com palitos” (Figura 1). Essa atividade teve por objetivo investigar as estratégias usadas pelas docentes dos anos iniciais visando à sequência das três fileiras iniciais já apresentadas na questão.

Figura 1: Atividade fileiras com palitos

Atividade: FILEIRAS COM PALITOS

Observar a figura a seguir:



a) Representar a figura utilizando palitos de fósforo.
b) Quantos palitos você utilizou na primeira fileira?
c) Quantos palitos você utilizou na segunda fileira?
d) Quantos palitos você utilizou na terceira fileira?
e) Quantos palitos você utilizaria na quarta, quinta e sexta fileiras?
f) Como você pensou para responder a questão anterior?
g) Se você não tivesse palitos suficientes, como faria para descobrir o número total de palitos que utilizaria na sétima fileira?

Fonte: das autoras, 2017.

Com o propósito de conceder autonomia às participantes, cada grupo discutiu suas dúvidas e elaborou suas próprias hipóteses, bem como descreveu as estratégias usadas na atividade. Ponte, Brocardo e Oliveira (2003, p. 30) proferem que o “trabalho em grupo potencializa o surgimento de várias alternativas para a exploração da tarefa”. Além disso, ao ser parte integrante de uma equipe, o aluno se sente mais confortável para expor suas dúvidas aos colegas, bem como auxiliá-los na compreensão dos conteúdos envolvidos na tarefa.

De fato, a realização de atividades em grupo permite o confronto de ideias, hipóteses e justificativas e, dessa forma, ampliar e cooperar com a aprendizagem e o conhecimento. Ao final, ocorreu a socialização das respostas de cada grupo e discutida a viabilidade da questão para os anos iniciais. Ademais, foi problematizada a necessidade ou não de adequações na questão para esse nível de escolaridade.

A seguir, são descritos os resultados obtidos e a sua análise. Para a compreensão das nomenclaturas usadas, D1, D2, D3 e assim sucessivamente, representam as docentes; enquanto PP1, PP2, os pesquisadores envolvidos. As professoras participantes da formação são denominadas, de forma geral, professoras-alunas.

4. Análise dos dados emergentes e discussão dos resultados

Após a atividade “Palitos em fileiras” (Figura 1) ser apresentada aos grupos, as participantes observaram e tentaram compreender o que deveriam fazer em cada item solicitado. Salienta-se que não houve interferência dos pesquisadores durante a resolução da questão proposta.

A tarefa que foi explorada é definida por Ponte, Brocardo e Oliveira (2003, p. 23) como

situações mais abertas, onde a questão não está bem definida no início, cabendo a quem investiga um papel fundamental na sua definição. E uma vez que os pontos de partida podem não ser exatamente os mesmos, os pontos de chegada podem ser também diferentes.

Dessa maneira, a questão abordada contemplou três caminhos utilizados para analisar a questão. Neste breve relato, abordam-se os meios utilizados pelas professoras-alunas que participaram da atividade para resolver a tarefa.

A primeira conjectura apresentada pelas professoras-alunas foi somar sempre quatro em relação ao número de palitos da figura anterior. A primeira continha três; a seguinte, sete; assim, a diferença entre o número de palitos e as figuras resultava em quatro [desconhecido até então]. Isso significa que os grupos pensaram utilizando ideias mais voltadas à álgebra e à aritmética, pois, inicialmente, não relacionaram os números com a figura geométrica. Assim, concorda-se com Blanton e Kaput (2005, p. 413, tradução das autoras) quando caracterizam um pensamento algébrico como o “processo pelo qual os alunos generalizam ideias matemáticas a partir de um conjunto particular de exemplos, estabelecem essas generalizações por meio de discurso argumentativo [...]”.

Dessa maneira, o pensar algébrico está relacionado com quantidades indeterminado-desconhecidas em relação aos números, no caso desse grupo, o desconhecido era o quatro. Para ilustrar o pensamento, na Figura 2, encontra-se a resolução do Grupo 1.

Figura 2: Resolução quadro do Grupo 1

| | | |
|----|--|----------|
| a) | Representar a figura utilizando palitos de fósforo. | |
| b) | Quantos palitos você utilizou na primeira fileira? | 3 |
| c) | Quantos palitos você utilizou na segunda fileira? | 7 |
| d) | Quantos palitos você utilizou na terceira fileira? | 11 |
| e) | Quantos palitos você utilizaria na quarta, quinta e sexta fileiras? | 15 19 23 |
| f) | Como você pensou para responder a questão anterior? | |
| g) | Se você não tivesse palitos suficientes, como faria para descobrir o número total de palitos que utilizaria na sétima fileira? | 27 |

Fonte: das autoras, 2018.

No verso da folha de almoço, esse grupo expôs o seu raciocínio e o modo como pensou para encontrar sua conjectura. Ambos podem ser observados na Figura 3.

Figura 3: Raciocínio e possível generalização do Grupo 1

• O 3 surgiu da 1ª fileira.

$$1^a \rightarrow 3 + (0 \times 4)$$

$$2^a \rightarrow 3 + (1 \times 4)$$

$$3^a \rightarrow 3 + (2 \times 4)$$

$$4^a \rightarrow 3 + (3 \times 4)$$

$$5^a \rightarrow 3 + (4 \times 4)$$

Fonte: das autoras, 2018.

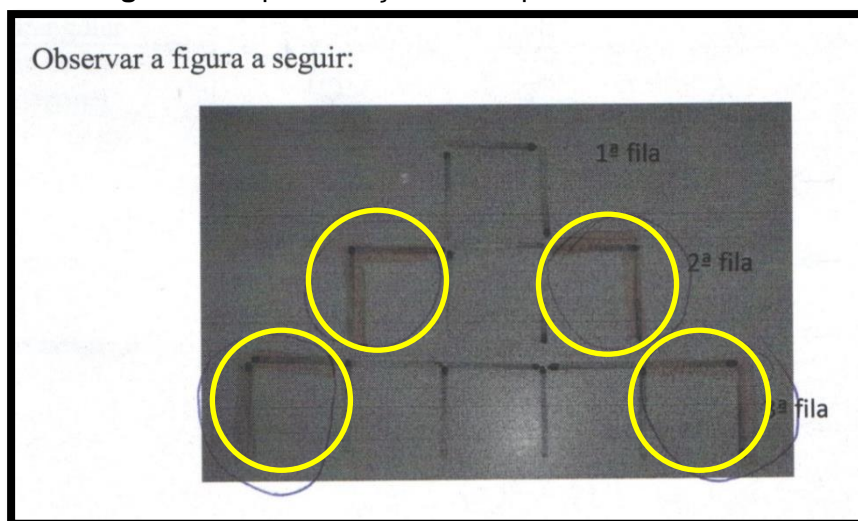
Constata-se, portanto, que o grupo chegou a uma fórmula relacionada com o número da fileira anterior, ou seja, suas participantes utilizaram o da fileira anterior (zero) vezes o quatro (número de palitos que aumenta em relação à figura anterior) e, por fim, somaram com três (número de palitos presente na primeira figura). Na segunda fileira, fizeram a multiplicação do número da fileira anterior por dois (um) vezes o quatro (número de palitos que aumenta em relação à figura anterior), mais o três (número de palitos presente na primeira figura). Para as demais figuras, seguiram o mesmo raciocínio, isto é, pegaram o número da fileira anterior que queriam descobrir e o multiplicaram por quatro mais três. Em outras palavras, número da fileira anterior vezes o quatro mais três.

Pode-se inferir que essa atividade está relacionada com uma sequência numérica que respeita uma lei, uma ordem que, quando se torna conhecida pelos alunos, pode auxiliar na descoberta dos valores de outras fileiras, sem precisar contar as anteriores. Nesse caso, as professoras-alunas descobriram uma equação, a fim de escrever o número de palitos de uma figura, sem necessitar do número da figura anterior. Dessa forma, buscaram um modelo matemático, que Swetz (1992, p. 65) define como uma “estrutura matemática que descreve aproximadamente as características de um fenômeno em questão”, ou seja, uma fórmula.

O Grupo 2 utilizou outra estratégia: aumentou dois palitos em cada lateral, somando quatro também ao número de palitos. Pode-se notar que o resultado é

semelhante ao do grupo anterior, mas a estratégia apresentada foi diferente. Para ilustrar essas formas de pensar, segue a Figura 4:

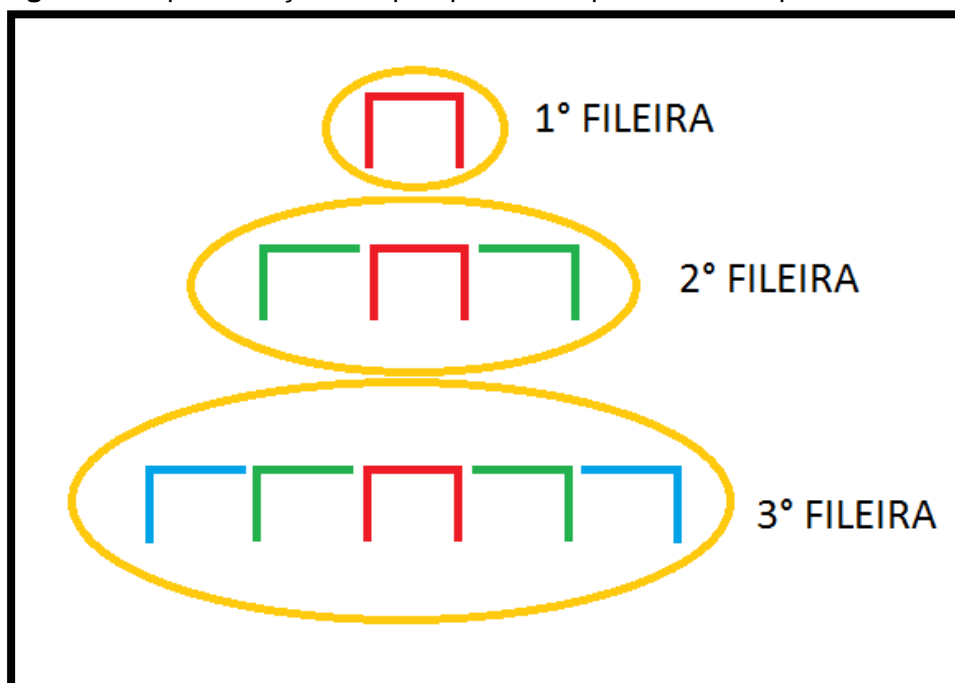
Figura 4: Representação do Grupo 2



Fonte: das autoras, 2018.

Para explicar melhor o que o grupo pensou, segue a Figura 5, elaborada pelas pesquisadoras.

Figura 5: Representação dos pesquisadores para ilustrar o pensamento do Grupo 2



Fonte: das autoras, 2018.

Na primeira fileira da Figura 5, há três palitos representados pela cor vermelha; na segunda, o grupo copiou os três palitos da primeira (palitos vermelhos) e acrescentou dois de cada lado (cor verde), que, juntos, somam quatro palitos. Para a figura posterior, copiou os sete palitos da segunda fileira e acrescentou mais dois em cada lado (cor azul). E, para a figura seguinte, copiou os onze palitos da terceira figura e adicionou mais dois em cada ponta. O grupo escolheu esse método por se tratar de uma sequência numérica. Oliveira (2011, p.14) afirma que uma sequência pode ser considerada aritmética, quando “cada um dos seus termos, exceto o primeiro, é igual ao precedente (anterior) somado a um número constante, o qual define a razão”. Nesse caso, nossa razão é o quatro [dois + dois palitos em cada lado].

Nas transcrições abaixo, a professora D5 apresenta outro raciocínio em relação ao Grupo 2:

D3 - A fileira não é só essa?

D5 - Sempre fica aberto aqui [referindo-se à parte inferior em que o quadrado fica aberto].

PP2 – Como vocês completam aqui?

D5 - É que a gente foi por outro raciocínio, dois aqui e dois aqui soma quatro.

Em seu grupo, houve também a seguinte discussão:

D8 - O primeiro tem três e depois aumenta quatro.

PP3 – O que o três é do quatro?

D9 - Um a menos.

PP3 – O que tem aqui?

D8 - Oito menos um.

PP3 - E aqui?

D8 - Doze menos um.

D6 - É sempre menos um.

D8 - É quatro, é os múltiplos de quatro menos um.

Ou seja, elas raciocinaram geometricamente, pois relataram que a primeira figura lembrava “um quadrado aberto na parte de baixo”. Dessa forma, pensaram sempre em quatro (um quadrado) e tiraram um (lado que falta embaixo da primeira figura de três palitos). Logo, para esse grupo, são os números presentes na lei do quatro menos um.

Para chegar à generalização, o grupo pensou na seguinte fórmula: $4x - 1$. O quatro significa o número de palitos que aumenta sempre em relação à figura

anterior. O x é o número da figura (figura 1, figura 2, figura 3...), e o um, sempre o número de palitos que não é preenchido na parte inferior da figura que lembra um quadrado. O grupo ainda discutiu a ideia do -1 representada pelo seguinte diálogo:

PP1 – Quantos palitos utilizaram na primeira fileira?

D1 – Onze.

PP1 – Primeira.

D1 – Três.

D2 - Esse conta junto?

D1 – Não.

PP1 – Por que não conta?

D1 - Porque o último também não tem.

O diálogo entre o Grupo 2 e o pesquisador PP1 comprova a afirmação dos componentes do primeiro:

PP1 – E agora, se eu perguntasse o número de palitos de uma fila qualquer e não tivesse essa sequência, nem a primeira, nem a segunda, nem a terceira. A gente teria que ir contando de quatro em quatro? Por exemplo, eu queria que vocês me dissessem a décima fileira quantos palitos têm?

D1 - A décima será dez vezes quatro menos um.

PP1 – Será? Se o raciocínio estiver certo, terá que funcionar para a primeira fileira também, certo?

D1 - É fileira mais quatro menos um. Não, é vezes. Fileira vezes quatro. Olha, um vezes quatro é quatro; menos um, três. Dois vezes quatro é oito; menos um, sete. Três vezes quatro é doze; menos um, onze.

Pode-se observar que ocorreram duas formas de raciocínio, resultando na mesma generalização; porém, o caminho para se chegar até elas foi distinto. Destaca-se que, em todos os momentos, solicitou-se às participantes os registros, por escrito, para futura análise, pois Feres e Nacarato (2008, p. 3) salientam que o “escrever sobre exige uma mobilização intelectual mais efetiva do que o ‘calcular’, abrindo, assim, o caminho para o aprender”.

É possível inferir que houve estratégias que se relacionaram com o pensamento geométrico, em que primeiro se pensou na figura em si, ou seja, na parte ilustrativa; e outros, com o pensamento algébrico, relacionado com a sequência de números. Esses caminhos podem ter (ou não) relação com os conhecimentos que as professoras-alunas possuíam acerca da álgebra e da geometria.

Após os debates nos pequenos grupos, houve discussão das resoluções no grande grupo, quando as participantes puderam expor, às demais, suas ideias. Esse momento final, de acordo com Fonseca, Brunheira e Ponte (1999), é importante para prover reflexões. E, nessa etapa, o papel do professor é essencial. Para Ponte, Brocardo e Oliveira (2003), muitas vezes, o principal, nessas atividades, não é a variedade de conjecturas propostas na investigação, mas os diversos processos de justificação e prova, sucessivamente postos em ação. O docente tem a tarefa de articular as respostas e cuidar para que sejam socializadas as diferentes estratégias e/ou suposições formuladas pelos grupos.

5. Algumas considerações

O grupo de pesquisadores da universidade, ao elaborar, problematizar e analisar uma atividade que fizesse o uso da tendência da investigação matemática, buscou, principalmente, evidenciar e proporcionar às professoras-alunas de escola básica novas formas de ensinar álgebra e geometria nos anos iniciais, considerando a relação de ensino-aprendizagem-avaliação. Desse modo, acredita-se que a prática trabalhada pode contribuir para a melhoria no processo de ensino da disciplina de matemática, visto que é uma atividade exploratória que possibilita aos alunos usarem conjecturas e estratégias diferentes.

No andarilhar da formação, ficou nítido que a atividade envolveu as participantes pesquisadas desde o primeiro momento e proporcionou fases de debates, sobretudo quando pensaram em uma maneira de explicar o porquê das estratégias usadas para a resolução da atividade. Cabe ressaltar que as investigadoras interferiram o mínimo possível, priorizando a autonomia das professoras-alunas, para que elas resolvessem as questões propostas elaborando estratégias próprias.

Na análise dos resultados emergentes, ficou nítido que as professoras-alunas se empenharam, pois conseguiram formular três pensamentos e encontraram duas conjecturas. Reitera-se que foram identificados dois pensamentos ligados à álgebra e um à geometria.

Na álgebra, o raciocínio usado pelo grupo foi em relação à diferença entre os números anteriores [diferença = quatro], para que esse resultado fosse somado ao anterior, dando origem ao próximo número. Ou seja, da Figura 1 [três palitos]

para a Figura n 2 [sete palitos], havia uma diferença de quatro palitos [dois em cada lado]. Os sete da Figura 2, somados aos quatro [diferença], resultaram em onze.

Já outro grupo relacionou a diferença [quatro] com o número das figuras anteriores. Então, para descobrir a quantidade de palitos da Figura 8, por exemplo, eles multiplicaram sete [número da figura anterior a oito] por quatro [palitos que aumentaram], e o resultado somaram com três [número de palitos da primeira figura].

Por fim, um grupo pensou no formato de um quadrado [quatro lados] aberto na parte de baixo [o que fez o quadrado ficar somente com três lados]. Para sua generalização, fizeram quatro vezes o número da figura que almejavam descobrir menos um [parte que faltava para fechar o quadrado]. Ademais, destaca-se que as atividades de investigação matemática instigaram tanto as professoras-pesquisadoras quanto as professoras-alunas, já que todas se depararam com situações sobre as quais não houve um prévio conhecimento/recapitulação.

Espera-se, ainda, que, com os resultados e as discussões sobre a atividade, as professoras-alunas reflitam sobre o seu modo de ensinar em sala de aula. E, nesse contexto, procurem aprimorar, reformular ou elaborar novas metodologias de ensino, visando ao trabalho em grupo e ao material manipulável. Além disso, essas docentes poderão incentivar seus colegas a fazer uso de tais atividades na sua prática pedagógica, possibilitando formas de aprendizagem em que os alunos não simplesmente memorizem o que lhes foi ensinado no período escolar, mas compreendam o que lhes está sendo ensinado.

Salienta-se que as discussões aqui efetivadas podem ser produtivas para que professores de outros contextos reflitam sobre sua própria prática, por meio da leitura e reflexão deste artigo, em particular sobre o ensino da matemática. Por fim, os autores desta pesquisa pretendem, por meio de cursos de extensão, continuar problematizando com um grupo maior de docentes da região as questões aqui discutidas.

Referências bibliográficas

- ALMEIDA, L. M. W.; ARAUJO, J. L.; BISOGNIN, E. *Práticas de modelagem matemática: relatos de experiências e propostas pedagógicas*. Londrina: EDUEL, 2011.
- BLANTON, M. L.; KAPUT, J. J. Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, v.36, n.5, p. 412-446, 2005.
- BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. 3ªed. Brasília: Secretaria de Educação Básica, 2017.
- CAMACHO, M. S. F. P. *Materiais manipuláveis no processo ensino/aprendizagem da matemática*. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade da Madeira, Portugal, 2012.
- CAMARGO, S.J. N; BLASZKO, E. C; UJIIE, T. N. O ensino de ciências e o papel do professor: concepções de professores dos anos iniciais do ensino fundamental. In: ENCONTRO NACIONAL DA EDUCAÇÃO, 12., Curitiba: 2015. *Anais ...* Curitiba: PUCPress. Disponível em: <http://educere.bruc.com.br/arquivo/pdf2015/19629_9505.pdf>. Acesso em: fev. 2018.
- FERES, C, A, S; NACARATO, M, A. O pensamento matemático revelado no discurso. In: ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EBRAPEM, 12., 2008, Rio Claro. *Anais...* Rio Claro: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2008, p. 1-15.
- FONSECA, H., BRUNHEIRA, L., PONTE, J. P. *As actividades de investigação, o professor e a aula de matemática*. Lisboa: APM, 1999.
- GERHARDT, E. T; SILVEIRA, T. D. *Métodos de pesquisa*. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009.
- GOLDENBERG, M. *A arte de pesquisar: como fazer pesquisa qualitativa em ciências sociais*. Rio de Janeiro: Record, 1997.
- GOODE, W.; HATT, P. *Métodos em pesquisa social*. 7ªed. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1973.
- HEINEN, L; BASSO, M.V.A. *Geometria nos anos iniciais: uma proposta de ensino-aprendizagem usando geometria dinâmica*. Monografia (Especialização em Matemática, Mídias Digitais e Didática) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2015.
- LINS, C. R; GIMÉNEZ, J. *Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI*. 7ª ed. Campinas: Papirus Editora, 2005.
- LORENZATO, S. *Para aprender matemática*. 3ªed. Campinas: Autores Associados, 2008.
- _____. Por que não ensinar geometria? *Educação Matemática em Revista*, v.4, p. 1-11, 1º semestre 1995.

NADOLNY, L de F. *Estratégias de formação continuada para professores de educação infantil: em foco a linguagem movimento*. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2010.

OLIVEIRA, C. S; LAUDARES, B. J. Pensamento algébrico: uma relação entre álgebra, aritmética e geometria. In: ENCONTRO MINEIRO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 7., 2015, Juiz de Fora. *Anais...* Juiz de Fora: UFLA, 2015.

OLIVEIRA, S, F. *O estudo das sequências através de padrões numéricos*. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2011.

PALHARES, P. *Elementos de matemática para professores do ensino básico*. Lisboa: LIDEL, 2004.

PONTE, P. J; BROCARD, J; OLIVEIRA, H. *Investigação matemática na sala de aula*. 3ªed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2003.

PONTE, J. P. et al. *O trabalho do professor numa aula de investigação matemática*. 1998. Disponível em:

<www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/fdm/textos/ponte%20etc.doc>. Acesso em: mar. 2018.

SARMENTO, A.K.C. A utilização dos materiais manipulativos nas aulas de matemática. In: ENCONTRO DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO, 6., 2010, Teresina. *Anais...* Teresina: UFPI, 2010. p. 1-12.

SIQUEIRA, A. N. R. *Tendências da educação matemática na formação de professores*. Monografia (Especialização em Educação Científica e Tecnológica) – Departamento de Pesquisa e Pós-Graduação do Campus de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2007.

SOUSA, R. J. *Ensinando integradamente aritmética, geometria e álgebra: propostas de atividades para a Matemática do Ensino Fundamental*. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Departamento de Matemática, Curso de Licenciatura em Matemática a Distância, Universidade Federal da Paraíba, Taperoá, 2014.

YIN, R. K. *Estudo de caso: planejamento e métodos*. 4ªed. Porto Alegre: Bookman, 2010.

ZANON, D; FREITAS, D. A aula de ciências nas séries iniciais do ensino fundamental: ações que favorecem a sua aprendizagem. *Revista Ciências & Cognição*, v. 10, p. 93-103, 2007.